

Binäre Suchbäume

Michael Dienert

Walther-Rathenau-Gewerbeschule Freiburg

9. Juli 2018

Inhalt

Binärbäume

Ausgabe der Baumelemente

AVL Bäume

Binärbäume allgemein

- Bäume bestehen aus **Knoten** und **Kanten**
- Bei Binärbäumen hat ein Knoten 0, 1 oder 2 abgehende Kanten
- Jeder Kindsknoten hat genau einen Elternknoten, also genau eine eingehende Kante. D.h. es gibt keine Maschen
- Das Wurzelement hat keine eingehenden Kanten
- Die Hierarchieebene, auf der ein Knoten liegt wird **Höhe** genannt.
- Die Höhe eines Knotens ist gleich der Anzahl der Kanten, die zwischen dem Knoten und der Wurzel liegt.
- Ein Baum ist höhenbalanciert, wenn die Höhen aller Endknoten (Blätter) sich um maximal 1 unterscheiden.

Binärbäume allgemein

- Bäume bestehen aus **Knoten** und **Kanten**
- Bei Binärbäumen hat ein Knoten 0, 1 oder 2 abgehende Kanten
- Jeder Kindsknoten hat genau einen Elternknoten, also genau eine eingehende Kante. D.h. es gibt keine Maschen
- Das Wurzelement hat keine eingehenden Kanten
- Die Hierarchieebene, auf der ein Knoten liegt wird **Höhe** genannt.
- Die Höhe eines Knotens ist gleich der Anzahl der Kanten, die zwischen dem Knoten und der Wurzel liegt.
- Ein Baum ist höhenbalanciert, wenn die Höhen aller Endknoten (Blätter) sich um maximal 1 unterscheiden.

Binärbäume allgemein

- Bäume bestehen aus **Knoten** und **Kanten**
- Bei Binärbäumen hat ein Knoten 0, 1 oder 2 abgehende Kanten
- Jeder Kindsknoten hat genau einen Elternknoten, also genau eine eingehende Kante. D.h. es gibt keine Maschen
- Das Wurzelement hat keine eingehenden Kanten
- Die Hierarchieebene, auf der ein Knoten liegt wird **Höhe** genannt.
- Die Höhe eines Knotens ist gleich der Anzahl der Kanten, die zwischen dem Knoten und der Wurzel liegt.
- Ein Baum ist höhenbalanciert, wenn die Höhen aller Endknoten (Blätter) sich um maximal 1 unterscheiden.

Binärbäume allgemein

- Bäume bestehen aus **Knoten** und **Kanten**
- Bei Binärbäumen hat ein Knoten 0, 1 oder 2 abgehende Kanten
- Jeder Kindsknoten hat genau einen Elternknoten, also genau eine eingehende Kante. D.h. es gibt keine Maschen
- Das Wurzelement hat keine eingehenden Kanten
- Die Hierarchieebene, auf der ein Knoten liegt wird **Höhe** genannt.
- Die Höhe eines Knotens ist gleich der Anzahl der Kanten, die zwischen dem Knoten und der Wurzel liegt.
- Ein Baum ist höhenbalanciert, wenn die Höhen aller Endknoten (Blätter) sich um maximal 1 unterscheiden.

Binärbäume allgemein

- Bäume bestehen aus **Knoten** und **Kanten**
- Bei Binärbäumen hat ein Knoten 0, 1 oder 2 abgehende Kanten
- Jeder Kindsknoten hat genau einen Elternknoten, also genau eine eingehende Kante. D.h. es gibt keine Maschen
- Das Wurzelement hat keine eingehenden Kanten
- Die Hierarchieebene, auf der ein Knoten liegt wird **Höhe** genannt.
- Die Höhe eines Knotens ist gleich der Anzahl der Kanten, die zwischen dem Knoten und der Wurzel liegt.
- Ein Baum ist höhenbalanciert, wenn die Höhen aller Endknoten (Blätter) sich um maximal 1 unterscheiden.

Binärbäume allgemein

- Bäume bestehen aus **Knoten** und **Kanten**
- Bei Binärbäumen hat ein Knoten 0, 1 oder 2 abgehende Kanten
- Jeder Kindsknoten hat genau einen Elternknoten, also genau eine eingehende Kante. D.h. es gibt keine Maschen
- Das Wurzelement hat keine eingehenden Kanten
- Die Hierarchieebene, auf der ein Knoten liegt wird **Höhe** genannt.
- Die Höhe eines Knotens ist gleich der Anzahl der Kanten, die zwischen dem Knoten und der Wurzel liegt.
- Ein Baum ist höhenbalanciert, wenn die Höhen aller Endknoten (Blätter) sich um maximal 1 unterscheiden.

Binärbäume allgemein

- Bäume bestehen aus **Knoten** und **Kanten**
- Bei Binärbäumen hat ein Knoten 0, 1 oder 2 abgehende Kanten
- Jeder Kindsknoten hat genau einen Elternknoten, also genau eine eingehende Kante. D.h. es gibt keine Maschen
- Das Wurzelement hat keine eingehenden Kanten
- Die Hierarchieebene, auf der ein Knoten liegt wird **Höhe** genannt.
- Die Höhe eines Knotens ist gleich der Anzahl der Kanten, die zwischen dem Knoten und der Wurzel liegt.
- Ein Baum ist höhenbalanciert, wenn die Höhen aller Endknoten (Blätter) sich um maximal 1 unterscheiden.

Binärbäume allgemein

- Bäume bestehen aus **Knoten** und **Kanten**
- Bei Binärbäumen hat ein Knoten 0, 1 oder 2 abgehende Kanten
- Jeder Kindsknoten hat genau einen Elternknoten, also genau eine eingehende Kante. D.h. es gibt keine Maschen
- Das Wurzelement hat keine eingehenden Kanten
- Die Hierarchieebene, auf der ein Knoten liegt wird **Höhe** genannt.
- Die Höhe eines Knotens ist gleich der Anzahl der Kanten, die zwischen dem Knoten und der Wurzel liegt.
- Ein Baum ist höhenbalanciert, wenn die Höhen aller Endknoten (Blätter) sich um maximal 1 unterscheiden.

Binäre Suchbäume

- ein binärer Suchbaum ist ein Binärbaum mit dem Wurzelknoten **R** und es gilt:
- **R** hat einen linken und einen rechten Unterbaum
- Alle Werte in den Knoten des linken Unterbaums sind kleiner als der Wert von **R**.
- Alle Werte in den Knoten des rechten Unterbaums sind grösser als der Wert von **R**.
- die beiden Unterbäume sind auch binäre Suchbäume, für die obige Vorschrift gilt.

Binäre Suchbäume

- ein binärer Suchbaum ist ein Binärbaum mit dem Wurzelknoten **R** und es gilt:
 - **R** hat einen linken und einen rechten Unterbaum
 - Alle Werte in den Knoten des linken Unterbaums sind kleiner als der Wert von **R**.
 - Alle Werte in den Knoten des rechten Unterbaums sind grösser als der Wert von **R**.
 - die beiden Unterbäume sind auch binäre Suchbäume, für die obige Vorschrift gilt.

Binäre Suchbäume

- ein binärer Suchbaum ist ein Binärbaum mit dem Wurzelknoten **R** und es gilt:
- **R** hat einen linken und einen rechten Unterbaum
- Alle Werte in den Knoten des linken Unterbaums sind kleiner als der Wert von **R**.
- Alle Werte in den Knoten des rechten Unterbaums sind grösser als der Wert von **R**.
- die beiden Unterbäume sind auch binäre Suchbäume, für die obige Vorschrift gilt.

Binäre Suchbäume

- ein binärer Suchbaum ist ein Binärbaum mit dem Wurzelknoten **R** und es gilt:
- **R** hat einen linken und einen rechten Unterbaum
- Alle Werte in den Knoten des linken Unterbaums sind kleiner als der Wert von **R**.
- Alle Werte in den Knoten des rechten Unterbaums sind grösser als der Wert von **R**.
- die beiden Unterbäume sind auch binäre Suchbäume, für die obige Vorschrift gilt.

Binäre Suchbäume

- ein binärer Suchbaum ist ein Binärbaum mit dem Wurzelknoten **R** und es gilt:
- **R** hat einen linken und einen rechten Unterbaum
- Alle Werte in den Knoten des linken Unterbaums sind kleiner als der Wert von **R**.
- Alle Werte in den Knoten des rechten Unterbaums sind grösser als der Wert von **R**.
- die beiden Unterbäume sind auch binäre Suchbäume, für die obige Vorschrift gilt.

Binäre Suchbäume

- ein binärer Suchbaum ist ein Binärbaum mit dem Wurzelknoten **R** und es gilt:
- **R** hat einen linken und einen rechten Unterbaum
- Alle Werte in den Knoten des linken Unterbaums sind kleiner als der Wert von **R**.
- Alle Werte in den Knoten des rechten Unterbaums sind grösser als der Wert von **R**.
- die beiden Unterbäume sind auch binäre Suchbäume, für die obige Vorschrift gilt.

Erzeugen eines Suchbaums: rekursiv

- Der Wert des ersten Elements kommt in die Wurzel
- Der Wert des nächsten Elements kommt in den linken Knoten bzw. rechten Knoten, je nachdem wie gross es ist.
- Ist ein Ort an dem man einen Knoten erzeugen möchte schon belegt, vergleicht man den Wert des einzutragenden Elements mit diesem Knoten und trägt links bzw. rechts ein.
- Ist auch dieser Ort belegt, wird der vorhergehende Schritt wiederholt.

Erzeugen eines Suchbaums: rekursiv

- **Der Wert des ersten Elements kommt in die Wurzel**
- Der Wert des nächsten Elements kommt in den linken Knoten bzw. rechten Knoten, je nachdem wie gross es ist.
- Ist ein Ort an dem man einen Knoten erzeugen möchte schon belegt, vergleicht man den Wert des einzutragenden Elements mit diesem Knoten und trägt links bzw. rechts ein.
- Ist auch dieser Ort belegt, wird der vorhergehende Schritt wiederholt.

Erzeugen eines Suchbaums: rekursiv

- Der Wert des ersten Elements kommt in die Wurzel
- Der Wert des nächsten Elements kommt in den linken Knoten bzw. rechten Knoten, je nachdem wie gross es ist.
- Ist ein Ort an dem man einen Knoten erzeugen möchte schon belegt, vergleicht man den Wert des einzutragenden Elements mit diesem Knoten und trägt links bzw. rechts ein.
- Ist auch dieser Ort belegt, wird der vorhergehende Schritt wiederholt.

Erzeugen eines Suchbaums: rekursiv

- Der Wert des ersten Elements kommt in die Wurzel
- Der Wert des nächsten Elements kommt in den linken Knoten bzw. rechten Knoten, je nachdem wie gross es ist.
- Ist ein Ort an dem man einen Knoten erzeugen möchte schon belegt, vergleicht man den Wert des einzutragenden Elements mit diesem Knoten und trägt links bzw. rechts ein.
- Ist auch dieser Ort belegt, wird der vorhergehende Schritt wiederholt.

Erzeugen eines Suchbaums: rekursiv

- Der Wert des ersten Elements kommt in die Wurzel
- Der Wert des nächsten Elements kommt in den linken Knoten bzw. rechten Knoten, je nachdem wie gross es ist.
- Ist ein Ort an dem man einen Knoten erzeugen möchte schon belegt, vergleicht man den Wert des einzutragenden Elements mit diesem Knoten und trägt links bzw. rechts ein.
- Ist auch dieser Ort belegt, wird der vorhergehende Schritt wiederholt.

Erzeugen eines Suchbaums aus sortierter Liste

- Die Werte der Baumelemente liegen als sortierte Liste vor.
- Teile die Liste am Median in linke und rechte Teilliste.
- Der Wert des Wurzelknotens wird auf den Medianwert gesetzt.
- der Medianwert der linken Teilliste wird Wert des linken Kindsknotens.
- der Medianwert der rechten Teilliste wird Wert des rechten Kindsknotens.
- Wiederhole die vorangehenden beiden Schritte, bis die entstehenden Unterlisten eine leere Menge bilden.

Erzeugen eines Suchbaums aus sortierter Liste

- Die Werte der Baumelemente liegen als sortierte Liste vor.
- Teile die Liste am Median in linke und rechte Teilliste.
- Der Wert des Wurzelknotens wird auf den Medianwert gesetzt.
- der Medianwert der linken Teilliste wird Wert des linken Kindsknotens.
- der Medianwert der rechten Teilliste wird Wert des rechten Kindsknotens.
- Wiederhole die vorangehenden beiden Schritte, bis die entstehenden Unterlisten eine leere Menge bilden.

Erzeugen eines Suchbaums aus sortierter Liste

- Die Werte der Baumelemente liegen als sortierte Liste vor.
- Teile die Liste am Median in linke und rechte Teilliste.
- Der Wert des Wurzelknotens wird auf den Medianwert gesetzt.
- der Medianwert der linken Teilliste wird Wert des linken Kindsknotens.
- der Medianwert der rechten Teilliste wird Wert des rechten Kindsknotens.
- Wiederhole die vorangehenden beiden Schritte, bis die entstehenden Unterlisten eine leere Menge bilden.

Erzeugen eines Suchbaums aus sortierter Liste

- Die Werte der Baumelemente liegen als sortierte Liste vor.
- Teile die Liste am Median in linke und rechte Teilliste.
- Der Wert des Wurzelknotens wird auf den Medianwert gesetzt.
- der Medianwert der linken Teilliste wird Wert des linken Kindsknotens.
- der Medianwert der rechten Teilliste wird Wert des rechten Kindsknotens.
- Wiederhole die vorangehenden beiden Schritte, bis die entstehenden Unterlisten eine leere Menge bilden.

Erzeugen eines Suchbaums aus sortierter Liste

- Die Werte der Baumelemente liegen als sortierte Liste vor.
- Teile die Liste am Median in linke und rechte Teilliste.
- Der Wert des Wurzelknotens wird auf den Medianwert gesetzt.
- der Medianwert der linken Teilliste wird Wert des linken Kindsknotens.
- der Medianwert der rechten Teilliste wird Wert des rechten Kindsknotens.
- Wiederhole die vorangehenden beiden Schritte, bis die entstehenden Unterlisten eine leere Menge bilden.

Erzeugen eines Suchbaums aus sortierter Liste

- Die Werte der Baumelemente liegen als sortierte Liste vor.
- Teile die Liste am Median in linke und rechte Teilliste.
- Der Wert des Wurzelknotens wird auf den Medianwert gesetzt.
- der Medianwert der linken Teilliste wird Wert des linken Kindsknotens.
- der Medianwert der rechten Teilliste wird Wert des rechten Kindsknotens.
- Wiederhole die vorangehenden beiden Schritte, bis die entstehenden Unterlisten eine leere Menge bilden.

Erzeugen eines Suchbaums aus sortierter Liste

- Die Werte der Baumelemente liegen als sortierte Liste vor.
- Teile die Liste am Median in linke und rechte Teilliste.
- Der Wert des Wurzelknotens wird auf den Medianwert gesetzt.
- der Medianwert der linken Teilliste wird Wert des linken Kindsknotens.
- der Medianwert der rechten Teilliste wird Wert des rechten Kindsknotens.
- Wiederhole die vorangehenden beiden Schritte, bis die entstehenden Unterlisten eine leere Menge bilden.

Inhalt

Binärbäume

Ausgabe der Baumelemente

AVL Bäume

Ausgabemodus **PreOrder**

```
preOrder( baum ){  
  Ausgabe aktueller Knoten  
  preOrder (linker Teilbaum)  
  preOrder (rechter Teilbaum)  
}
```

Ausgabemodus **PreOrder**

```
preOrder( baum ){  
  Ausgabe aktueller Knoten  
  preOrder (linker Teilbaum)  
  preOrder (rechter Teilbaum)  
}
```

Ausgabemodus **PreOrder**

```
preOrder( baum ){  
  Ausgabe aktueller Knoten  
  preOrder (linker Teilbaum)  
  preOrder (rechter Teilbaum)  
}
```


Ausgabemodus **PreOrder**

```
preOrder( baum ){  
  Ausgabe aktueller Knoten  
  preOrder (linker Teilbaum)  
  preOrder (rechter Teilbaum)  
}
```

Ausgabemodus **PreOrder**

```
preOrder( baum ){  
    Ausgabe aktueller Knoten  
    preOrder (linker Teilbaum)  
    preOrder (rechter Teilbaum)  
}
```

Ausgabemodus **PreOrder**

```
preOrder( baum ){  
  Ausgabe aktueller Knoten  
  preOrder (linker Teilbaum)  
  preOrder (rechter Teilbaum)  
}
```

Ausgabemodus **InOrder**

```
inOrder( baum ){  
    inOrder (linker Teilbaum)  
    Ausgabe aktueller Knoten  
    inOrder (rechter Teilbaum)  
}
```

Ausgabemodus **InOrder**

```
inOrder( baum ){  
    inOrder (linker Teilbaum)  
    Ausgabe aktueller Knoten  
    inOrder (rechter Teilbaum)  
}
```

Ausgabemodus **InOrder**

```
inOrder( baum ){  
    inOrder (linker Teilbaum)  
    Ausgabe aktueller Knoten  
    inOrder (rechter Teilbaum)  
}
```

Ausgabemodus **InOrder**

```
inOrder( baum ){  
  inOrder (linker Teilbaum)  
  Ausgabe aktueller Knoten  
  inOrder (rechter Teilbaum)  
}
```

Ausgabemodus **InOrder**

```
inOrder( baum ){  
    inOrder (linker Teilbaum)  
    Ausgabe aktueller Knoten  
    inOrder (rechter Teilbaum)  
}
```


Ausgabemodus **InOrder**

```
inOrder( baum ){  
    inOrder (linker Teilbaum)  
    Ausgabe aktueller Knoten  
    inOrder (rechter Teilbaum)  
}
```

Ausgabemodus **PostOrder**

```
postOrder( baum ){  
    postOrder (linker Teilbaum)  
    postOrder (rechter Teilbaum)  
    Ausgabe aktueller Knoten  
}
```

Ausgabemodus **PostOrder**

```
postOrder( baum ){  
  postOrder (linker Teilbaum)  
  postOrder (rechter Teilbaum)  
  Ausgabe aktueller Knoten  
}
```

Ausgabemodus **PostOrder**

```
postOrder( baum ){  
  postOrder (linker Teilbaum)  
  postOrder (rechter Teilbaum)  
  Ausgabe aktueller Knoten  
}
```

Ausgabemodus **PostOrder**

```
postOrder( baum ){  
    postOrder (linker Teilbaum)  
    postOrder (rechter Teilbaum)  
    Ausgabe aktueller Knoten  
}
```

Ausgabemodus **PostOrder**

```
postOrder( baum ){  
    postOrder (linker Teilbaum)  
    postOrder (rechter Teilbaum)  
    Ausgabe aktueller Knoten  
}
```

Ausgabemodus **PostOrder**

```
postOrder( baum ){  
    postOrder (linker Teilbaum)  
    postOrder (rechter Teilbaum)  
    Ausgabe aktueller Knoten  
}
```

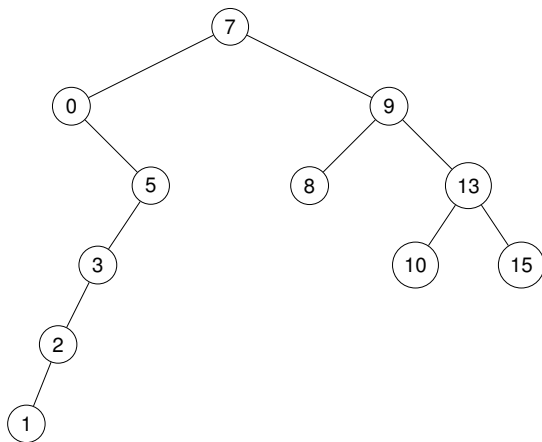
Nicht balancierter Baum

Nicht balancierter Baum

- aus der Folge 7, 0, 5, 9, 3, 8, 2, 13, 10, 15, 1 erzeugt

Nicht balancierter Baum

- aus der Folge 7, 0, 5, 9, 3, 8, 2, 13, 10, 15, 1 erzeugt



Inhalt

Binärbäume

Ausgabe der Baumelemente

AVL Bäume

AVL und Höhenbalance

- 1962 von Georgi Maximowitsch **Adelson-Velski**
- und Jewgeni Michailowitsch **Landis** vorgestellt
- Bei AVL-Bäumen ist die Höhenbalance aller Knoten -1 , 0 oder $+1$
- Die Höhenbalance eines Knotens ist die Differenz aus der Höhe des rechten und linken Teilbaums

AVL und Höhenbalance

- 1962 von Georgi Maximowitsch **Adelson-Velski**
- und Jewgeni Michailowitsch **Landis** vorgestellt
- Bei AVL-Bäumen ist die Höhenbalance aller Knoten -1 , 0 oder $+1$
- Die Höhenbalance eines Knotens ist die Differenz aus der Höhe des rechten und linken Teilbaums

AVL und Höhenbalance

- 1962 von Georgi Maximowitsch **Adelson-Velski**
- und Jewgeni Michailowitsch **Landis** vorgestellt
- Bei AVL-Bäumen ist die Höhenbalance aller Knoten -1 , 0 oder $+1$
- Die Höhenbalance eines Knotens ist die Differenz aus der Höhe des rechten und linken Teilbaums

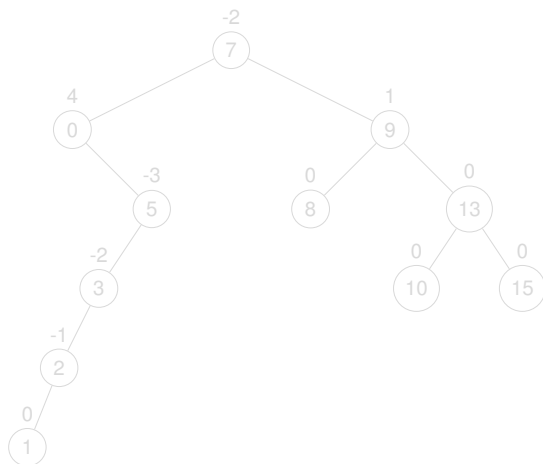
AVL und Höhenbalance

- 1962 von Georgi Maximowitsch **Adelson-Velski**
- und Jewgeni Michailowitsch **Landis** vorgestellt
- Bei AVL-Bäumen ist die Höhenbalance aller Knoten -1 , 0 oder $+1$
- Die Höhenbalance eines Knotens ist die Differenz aus der Höhe des rechten und linken Teilbaums

AVL und Höhenbalance

- 1962 von Georgi Maximowitsch **Adelson-Velski**
- und Jewgeni Michailowitsch **Landis** vorgestellt
- Bei AVL-Bäumen ist die Höhenbalance aller Knoten -1 , 0 oder $+1$
- Die Höhenbalance eines Knotens ist die Differenz aus der Höhe des rechten und linken Teilbaums

Nicht balancierter Baum



Nicht balancierter Baum

